光波電子工学

神戸高専 AE1 r209211
野瀬田 裕樹

2009 年 9 月 13 日 (日)

1　定期試験概要

定期試験の日時及び試験範囲は以下に示す通りである．

① 試験日時：9 月 14 日（月） 9:00〜

② 試験範囲：教科書　pp.90〜119

③ 出題方針（下記の課題を中心に出題）

・ステップインデックス形光導波路の開口数と受光角の導出

・ステップインデックス形光導波路の伝播軸方向と伝播軸と垂直な方向における導波条件の導出

・ステップインデックス形およびグレーデッドインデックス形光導波路における導波モードの数，伝播特性，および単一モード条件

・光導波路のモード分散と導波路の種類によるモード分散の違い

・光ファイバの構造と種類

・光ファイバ伝送路の損失要因

・光ファイバの種類による分散特性と伝送帯域

・光ファイバ通信の基本構成と光ファイバ通信システム（光ファイバ）の特徴

目 次

2　ステップインデックス形光導波路

2.1　光導波原理

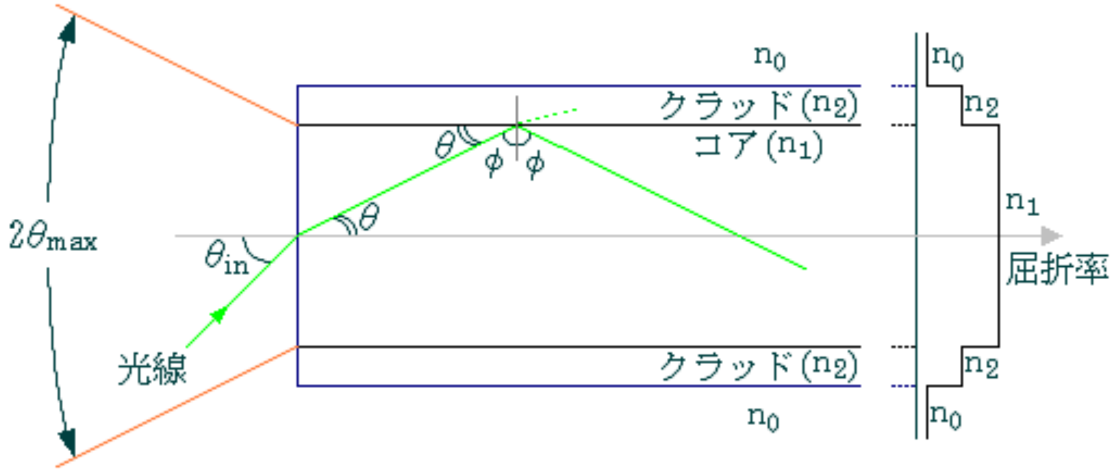

図 1: ステップインデックス形光導波路

2.1.1　反射の法則と屈折の法則

屈折率 n_1 の媒質 I から屈折率 n_2 の媒質 II に光が入射する場合を考える．このとき，入射角 ϕ_1 と反射角 ϕ_3 には，反射の法則，入射角 ϕ_1 と屈折角 ϕ_2 には，屈折の法則（スネルの法則）が成り立つ.（次式）

$$\phi_1 = \phi_3 \tag{1}$$

$$\frac{\sin\phi_1}{\sin\phi_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{2}$$

また，屈折波が境界面に平行となる入射角 ϕ_1（= 臨界角ϕ_c）は，

$$\phi_c = \sin^- 1\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \tag{3}$$

で与えられる．そして，$\phi_1 > \phi_c$ のとき，入射波は全反射する．

これらの関係を補角を用いて表すと，反射の法則と屈折の法則は次式となる．

$$\theta_1 = \theta_3 \tag{4}$$

$$\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{n_2}{n_1} \tag{5}$$

また臨界角は，$\theta_2 = 0$ となる θ_1 を θ_c とすると，

$$\theta_c = \cos^- 1\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \tag{6}$$

で与えられ，θ_c は臨界角（補角）または全反射補角と呼ばれる．

2.1.2　コアとクラッドの境界面

伝播軸方向と角度 θ で進む光線を考える．コアとクラッドの境界面における臨界角を θ_c とすると，$\theta > \theta_c$ の光線は境界面で全反射せず，反射のたびに一部分がクラッドへ通り抜けて減衰していく．これに対して，$\theta < \theta_c$ の光線は境界面で全反射し，もし媒質が無損失であれば減衰せずにコア内に閉じ込められて伝播していく．

通常，コアとクラッドの屈折率差は小さい値である．コアとクラッドの屈折率差を表すパラメータとして，次式で定義される比屈折率差 $\varDelta$ が用いられる．

$$\varDelta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \tag{7}$$

$\varDelta$ はコアとクラッドの屈折率差のコアの屈折率 n_1 に対する比を表す．

ここで，SI 形光導波路における臨界角 θ_c を比屈折率差 $\varDelta$ を用いて表すと，

$$\sin^2\theta_c = 1 - \cos^2\theta_c = 1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 2\varDelta \tag{8}$$

となり，また，$\varDelta$ は小さい値なので，臨界角 θ_c は次式で表される．

$$\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{2\varDelta} \approx \sqrt{2\varDelta} \tag{9}$$

これより，コアとクラッドの境界面で全反射され，コア内に閉じ込められて伝送される光線は，伝播軸方向との角度が

$$0 < \theta < \theta_c \approx \sqrt{2\varDelta} \tag{10}$$

の光線であることが分かる．

2.1.3　空気とコアの境界面

導波路の外側の媒質を空気とし，空気とコアの境界面について考える．コア内での光線の伝播角度が $\theta = \theta_c$ となるときの空気からコアへの入射角 $\theta_{\rm in}$ を $\theta_{\max}$ とする．空気の屈折率を $n_0 \approx 1$ とすると，屈折の方式と $\sin^2\theta_c = 2\varDelta$ から次の関係式が得られる．

$$\mathrm{NA} = \sin\theta_{\max} = n_1\sin\theta_c = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1\sqrt{2\varDelta} \tag{11}$$

$$2\theta_{\max} = 2\sin^1(n_1\sqrt{2\varDelta}) \approx 2n_1\sqrt{2\varDelta} \tag{12}$$

ここで，$\sin\theta_{\max}$ は開口数（NA：numerical aperture），$2\theta_{\max}$ は受光角と呼ばれ，導波されるコアへの入射角の範囲を表す導波路のパラメータである．

<例題>

コアの屈折率 $n_1 = 1.5$，比屈折率差 $\varDelta = 1\%$ のとき，開口数 NA$= \sin\theta_{\max}$ 及び受光角 $2\theta_{\max}$ を求めよ．

2.2　導波モード

コアを伝播する光線は伝播軸方向との角度 θ が $0 < \theta < \theta_c \approx \sqrt{2\varDelta}$ を満足する必要がある．しかし，それ以外にも条件がある．伝播軸方向と垂直な横方向にはコアとクラッドの境界面が存在するため，横方向における 1 往復の位相変化量が 2π の整数倍となる角度 θ の光線が軸方向に安定に伝播することができるのである．

いま，コアの幅（導波路幅）$2a$，コアの屈折率 n_1，クラッドの屈折率 n_2 の SI 形光導波路において，伝播定数 k の光波が導波路の伝播軸 z 軸方向と角度 θ で伝播している状態を考える．光波の真空における光速 c_0，波長 λ_0，伝播定数 k_0 と屈折率 n の媒質における光速 c，波長 λ，伝播定数 k には

$$n = \frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{k}{k_0} \tag{13}$$

の関係がある．ここで，$k\lambda = 2\pi$，$f\lambda = c$（f は光の周波数）である．これより，屈折率 n_1 のコア内の伝播定数 k は，$k = n_1 k_0$ と表されるので，伝播定数の z 軸方向成分 β およびその横（x 軸）方向成分 κ は次式で与えられる．

$$\beta = k\cos\theta = n_1 k_0 \cos\theta \tag{14}$$

$$\kappa = k\sin\theta = n_1 k_0 \sin\theta \tag{15}$$

ここで，z 軸方向を考える．伝播定数 β を用いると，光がコアに閉じ込められる条件（$0 < \theta < \theta_c$）は，$(\cos 0 > \cos\theta > \cos\theta_c) \Rightarrow (1 > \cos\theta > n_2/n_1)$ より，

$$\frac{n_2}{n_1} < \cos\theta < 1 \qquad \Rightarrow \qquad n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0 \tag{16}$$

のようになる．また，β は光波が導波路の伝播軸方向に進む位相速度に関係する．これを真空における伝播定数 k_0 で割った値

$$n_{\mathrm{eff}} = \frac{\beta}{k_0} = n_1 \cos\theta \tag{17}$$

は等価屈折率と呼ばれる．等価屈折率を用いると，導波条件は次式で与えられる．

$$n_2 < n_{\mathrm{eff}} < n_1 \tag{18}$$

次に，伝播軸と垂直な横（x 軸）方向を考える．光波はコアとクラッドの境界面で位相遅れ Φ を受ける．この現象はグース・ヘンシェンシフトと呼ばれる．光波が x 軸方向へ 1 往復するとき，伝播定数 κ で $4a$ の距離を進む位相変化とグース・ヘンシェンシフトによる位相遅れ Φ を 2 回受ける．この位相変化量 $\varDelta\phi$ が 2π の整数倍となる条件を式で表すと次のようになる．

$$\varDelta\phi = 4a\kappa - 2\Phi = 4an_1k_0\sin\theta - 2\Phi = 2\pi m \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots) \tag{19}$$

ここで，Φ は θ の関数であり，この式を満足する角度 θ の光線 z 軸方向に安定に伝播していく．

グース・ヘンシェンシフトによる位相遅れΦは，θが小さいとき$\Phi \approx \pi$となり，θが大きくなるに従って減少し，$\theta = \theta_c$のとき$\Phi = 0$となることが知られている．したがって，θが小さく$\Phi \approx \pi$と近似できるとき，導波される角度θ_mは次式で与えられる．

$$\theta_m \approx \sin\theta_m \approx \frac{\pi}{2n_1k_0a}(m+1) \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots) \tag{20}$$

このように，導波路内を安定に伝播できる光波は角度がとびとびの光線に対応付けて考えることができる．導波路の電界分布には色々なパターンが存在し，これらは導波路のモードと呼ばれる．また，mはモード番号と呼ばれる．

以上より，SI 形光導波路において安定に伝播できる光波は，光がコアとクラッドの境界面で全反射する角度（$0 < \theta < \theta_c$）内で，$\varDelta\phi = 4a\kappa - 2\Phi = 4an_1k_0\sin\theta - 2\Phi = 2\pi m$を満足するとびとびの角度$\theta_m$の光線であることが分かった．すなわち，

$$0 < \theta_m < \theta_c \tag{21}$$

の光線がコア内に閉じ込められて安定に伝播する．こられの安定に伝播できるモードは導波モードと呼ばれる．

2.3　多モード導波路と単一モード導波路

2.3.1　導波モードの数

$\theta_m \approx \sin\theta_m \approx \frac{\pi}{2n_1k_0a}(m+1)$は導波角$\theta_m$が小さく，グース・ヘンシェンシフトによる位相遅れ$\Phi$が$\Phi \approx \pi$と近似できるときの導波角を与える．$\theta_m$が大きくなると$\Phi$は小さくなり，$\theta_m = \theta_c$のとき$\phi = 0$となる．これを考慮して，光線の角度$\theta_m$が$\theta_c$に近くて$\Phi \approx 0$と近似できるときの$\theta_m$は，$\varDelta\phi = 4a\kappa - 2\Phi = 4an_1k_0\sin\theta - 2\Phi = 2\pi m$より次式で与えられる．

$$\theta_m \approx \frac{\pi}{2n_1k_0a}m \tag{22}$$

ただし，mは整数である．$\theta_m < \theta_c$のときの導波モードとなるから，導波モードとなるモード番号mは次式で与えられる．

$$m < \frac{2}{\pi}n_1k_0a\sqrt{2\varDelta} = \frac{2}{\pi}V \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots, M) \tag{23}$$

ここで，

$$V = n_1k_0a\sqrt{2\varDelta} = \pi\left(\frac{2a}{\lambda_0}\right)n_1\sqrt{2\varDelta} \tag{24}$$

とおいた．この式を満足する整数値mが導波モードのモード番号である．いま，その最大値をMとすると，モード番号が 0 からMまでの$(M+1)$個 のモードが導波路を安定に伝播できることになる．

2.3.2　多モード導波路

m 次モードの等位相面が z 軸方向に進む速度 = 位相速度 v_{pm} は，軸方向の伝播定数を用いて次式で与えられる．

$$v_{pm} = \frac{\omega}{\beta_m} = \frac{\omega}{n_1 k_0 \cos\theta_m} = \frac{c}{\cos\theta_m} \tag{25}$$

次に，光のエネルギーが伝播軸方向に伝わる速度 = 群速度 v_g を考える．光線が角度 θ_m の方向に伝播するとき，その進んだ距離の z 軸方向の長さに対応する距離だけ伝播軸方向にエネルギーが葉困れる．したがって，m 次モードの群速度 v_{gm} は次式で与えられる．

$$v_{gm} = c\cos\theta_m \tag{26}$$

これより，モードによって群速度が異なり，高次モードほど遅くなることが分かる．

モードによって群速度が異なることを多モード分散という．SI 形多モード導波路はモード分散が大きく，ほかの導波路と比べて伝送帯域は比較的狭帯域である．

2.3.3　単一モード導波路

$m = 0$ の一つのモードのみが導波される導波路を単一モード導波路という．SI 形光導波路において，単一モード条件は,

$$V < \frac{\pi}{2} \tag{27}$$

で与えられる．これを導波路幅 $2a$ および波長 λ_0 で表すと，次のようになる．

$$2a < \frac{\lambda_0}{2n_1\sqrt{2\mathit{\Delta}}} \tag{28}$$

$$\lambda_0 > 4an_1\sqrt{2\mathit{\Delta}} \tag{29}$$

＜例題＞

コアの屈折率 $n_1 = 1.5$，比屈折率差 $\mathit{\Delta} = 1\%$ の SI 形光導波路において，真空における波長 $\lambda_0 = 0.85\mu\mathrm{m}$ の光波が導波されるとき，導波路幅 $2a$ を求めよ．

3　グレーデッドインデックス形光導波路

3.1　GI 形光導波路の屈折率分布

GI 形光導波路はコアの屈折率が厚み方向（伝播軸と垂直な方向）に変化した分布をもつ光導波路である．通常は α 乗分布，特に 2 乗分布が使われる．コアの屈折率は中心で最大値 n_1 となり，中心からの距離 x の α 乗に比例した量だけ減少していき，クラッドとの境界面でクラッドの屈折率 n_2 となる分布である．

Gi 形光導波路の開口数 NA は場所によって異なる．

2 乗分布の媒質はレンズ状媒質と呼ばれ，モード間の伝播時間差がきわめて小さくなる屈折率分布となる．

3.2　導波モード

GI 形光導波路の導波モードは近似的に次式で与えられる．

$$m < \frac{1}{2}V \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots, M) \tag{30}$$